

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)»

Кафедра «Моделирование систем и информационные технологии»

**ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ
В ПРОГРАММЕ STADIA**

Методические указания к практическим занятиям
по дисциплине «Математическая статистика»

Составители: Егорова Ю.Б.
Мамонов И.М.

МОСКВА 2020

ВВЕДЕНИЕ

Цель практического занятия - ознакомиться с порядком проведения первичной статистической обработки результатов измерений с помощью программы Stadia.

В процессе экспериментов измерения различных показателей не могут быть выполнены абсолютно точно, что связано с появлением различных погрешностей. Поэтому основной целью первичной статистической обработки является оценка истинного значения измеряемой величины и определение погрешности (точности) ее измерения. Однако, прежде всего, необходимо убедиться, что рассеивание результатов измерений обнаруживает определенные закономерности (обладает статистической устойчивостью), т.к. при хаотическом разбросе результатов измерений их невозможно совместно обработать и получить достоверный результат.

В общем случае первичная статистическая обработка экспериментальных данных включает: а) оценку выборочного закона распределения (построение гистограммы или полигона, проверку гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности и др.); б) вычисление выборочных числовых характеристик; в) построение доверительных интервалов для математического ожидания (истинного значения случайной величины), дисперсии и среднего квадратического отклонения.

Практическое занятие выполняется на ПК с помощью учебной программы «Stadia 6.2».

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ввести исходные данные в таблицу данных. Столбцы отвечают переменным (случайным величинам), а строки – значениям переменных. В задании даны значения одной случайной величины, полученные по выборке объемом $n=10$.

2. В блоке «Статистические методы» выбрать процедуру «Описательная статистика», которая вычисляет следующие выборочные числовые характеристики:

- 1) диапазон значений (размах варьирования) $x_{min} - x_{max}$;
- 2) выборочное среднее (характеризует среднее значение исследуемой случайной величины и является статистической оценкой ее истинного значения):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- 3) ошибка вычисления среднего:

$$\Delta \bar{x} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

- 4) выборочная дисперсия (характеризует отклонение значений случайной величины от выборочного среднего):

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

- 5) стандартное отклонение (характеризует отклонение значений случайной величины от выборочного среднего):

$$S = \sqrt{S^2}$$

- 6) медиана – значение случайной величины, которое делит вариационный ряд пополам;

- 7) доверительный интервал среднего при уровне надежности $\gamma=0,95$;

- 8) доверительный интервал дисперсии при $\gamma=0,95$;

- 9) ошибка стандартного отклонения:

$$\Delta S = S \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4(n-1)+1}} ;$$

- 3) квартили (делят вариационный ряд на 4 части);

- 3) коэффициент асимметрии (характеризует симметричность распределения, полигона или гистограммы):

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{S^3}$$

12) коэффициент эксцесса (характеризуют степень «островершинности» распределения (полигона или гистограммы) по сравнению с теоретическим нормальным распределением):

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{S^4}.$$

3. В блоке «Статистические методы» выбрать процедуру «Гистограмма / Нормальность».
- 3.1. Для построения гистограммы в специальном бланке автоматически указывается число интервалов и размах варьирования: x_{min} (левая граница) и x_{max} (правая граница). Для каждого интервала гистограммы на экран выводятся следующие значения:
- 1) левая граница интервала в исходных единицах и в единицах стандартного отклонения;
 - 2) частота - число значений, попавших в интервал (в натуральном и процентном выражении);
 - 3) накопленное число выборочных значений до текущего интервала включительно (так называемые накопленные частоты) в натуральном и процентном выражении; если накопленные частоты, выраженные в процентах, разделить на 100%, то получают значения эмпирической функции распределения $F^*(x_i)$.
- 3.2. Проверка выборочного распределения на нормальность может быть проведена несколькими способами, которые дополняют друг друга:
- 1) визуальный метод предназначен для предварительной субъективной оценки и может быть осуществлен по виду гистограммы ;
 - 2) проверка с помощью критериев согласия Пирсона χ^2 , омега-квадрат ω^2 и Колмагорова D ;
 - 3) проверка с помощью коэффициентов асимметрии и эксцесса.

В процедуре «Гистограмма / Нормальность» проверка нулевой гипотезы об отсутствии различий между выборочным и нормальным распределением проводится с помощью критериев согласия Пирсона χ^2 , омега-квадрат ω^2 и Колмогорова D . Для каждого критерия подсчитывается уровень значимости нулевой гипотезы P . В качестве критического уровня значимости принято значение $\alpha=0,05$. Если $P>0,05$, то нулевая гипотеза принимается, и выборочное распределение можно считать нормальным.

В процедуре «Описательная статистика» при выдаче значений выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса проводится проверка нулевой гипотезы об отсутствии различий выборочного распределения от нормального по каждому из коэффициентов. Для нормального распределения теоретические значения коэффициента асимметрии $A=0$, коэффициента эксцесса $\varepsilon=3$, эксцесса $E=\varepsilon - 3=0$. Для выборочных A и ε приводятся уровни значимости нулевой гипотезы P . Если P больше критического значения $\alpha=0,05$, то нулевая гипотеза может быть принята. Выборочное распределение можно считать нормальным.

3.3. Графическая выдача результатов содержит изображение гистограммы с наложенной кривой нормального распределения.

4. Оформить отчет.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

ЗАДАНИЕ. Провести первичную статистическую обработку экспериментальных данных по измерению твердости по Бринелю образцов из легированной стали. Результаты измерений приведены в табл. 1.

I. Исходные данные

Таблица 1

Твердость образцов из легированной стали

№ п.п.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
НВ	47	55	63	62	48	63	54	56	50	59

II. Результаты статистического анализа

ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА. Файл: Твердость образцов.

Переменная	Размер	←-Диапазон-→	Среднее	Ошибка	Дисперс	Ст.откл
x1	10	47 63	56,8	0,322	10,4	3,22
Переменная	Медиана	←Квартили→	ДовИнтСр	.-ДовИнтДисп.->	Ош.СтОткл	
x1	57	55 59	0,631	9,28 1,89E4	0,858	
Переменная	Асимметр.	Значим	Эксцесс	Значим		
x1	-0,58	0,0073	3,41	0,15		

ГИСТОГРАММА И ТЕСТ НОРМАЛЬНОСТИ

Колмогоров=0,124, Значимость=0,00098, степ.своб = 100

Гипотеза 1: <Распределение отличается от нормального>

Омега-квадрат=0,203, Значимость=0,0044, степ.своб = 100

Гипотеза 1: <Распределение отличается от нормального>

Хи-квадрат=14,7, Значимость=0,0227, степ.своб = 6

Гипотеза 1: <Распределение отличается от нормального>

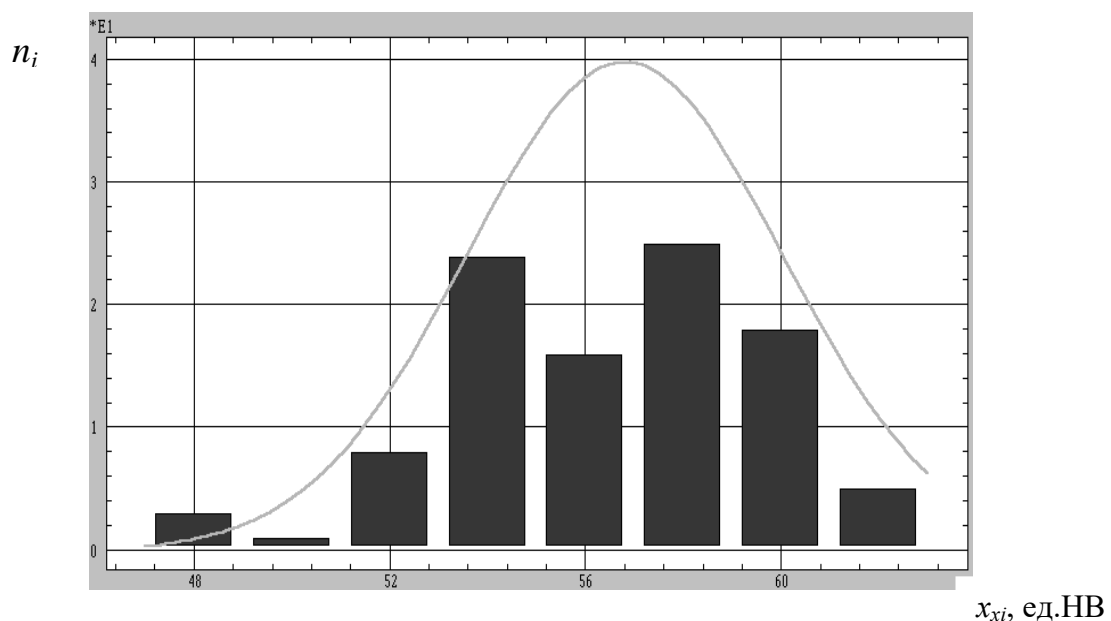


Рис. Гистограмма частот выборочного распределения и нормальная кривая.

III. ОТЧЕТ

- 1) Выборочное среднее $\bar{x} = 56,8$ ед. НВ.
- 2) Выборочная дисперсия $S^2 = 10,4$ (ед. НВ)².
- 3) Стандартное отклонение $S = 3,22$ ед. НВ.
- 4) Точность (погрешность) измерения твердости $\delta = 0,631$ ед. НВ.
- 5) Доверительный интервал для математического ожидания: $56,8 \pm 0,631 = [57,431; 56,169]$ ед.НВ. С надежностью (доверительной вероятностью) 0,95 можно считать, что истинное значение твердости стали лежит в интервале от 57,43 до 56,17 единиц по Бринелю.
- 6) Доверительный интервал для дисперсии: $[9,28; 18,9]$ (ед.НВ)².
- 7) Медиана $Me = 57$ ед.НВ.
- 8) Нижний квартиль $x_{0,25} = 55$ ед.НВ; верхний квартиль $x_{0,75} = 59$ ед.НВ.
- 9) Коэффициент асимметрии $A = -0,58$ ед.НВ.
- 10) Коэффициент эксцесса $\varepsilon = 3,41$ ед.НВ.
- 11) Проверка выборочного распределения на нормальность:
 - по критериям согласия Пирсона, Колмогорова и омега-квадрат нулевую гипотезу отвергаем, так как уровни значимости для каждого критерия $P \ll \alpha = 0,05$: $P = 0,0227$ по критерию Пирсона, $P = 0,00098$ по критерию Колмогорова, $P = 0,0044$ по критерию омега-квадрат; следовательно, распределение отличается от нормального;
 - по коэффициенту асимметрии $P = 0,0073 < \alpha = 0,05$; следовательно, нулевую гипотезу отвергаем, распределение отличается от нормального;
 - по коэффициенту эксцесса $P = 0,15 > \alpha = 0,05$; следовательно, нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу.
- 12) Тест на нормальность и вид гистограммы говорит о том, что выборочное распределение, скорее всего, не является нормальным. Это свидетельствует о низком качестве легированной стали, т.к. исследуемые образцы неоднородны по твердости.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите выборочные числовые характеристики, дайте их определения.
2. Дайте определения точечной и интервальной оценок.
3. Какие требования предъявляются к точечным оценкам?
4. Назовите наилучшие точечные оценки математического ожидания и дисперсии генеральной совокупности.
5. Что называется доверительным интервалом и доверительной вероятностью?
6. Что такое полигон и гистограмма? Как они строятся по полученным данным?
7. Какое распределение называется нормальным?
8. Какими способами можно проводить «тест на нормальность»?

ЗАДАНИЯ

Провести первичную статистическую обработку результатов измерений температуры в зоне резания при точении титановых сплавов (табл. 2).

Таблица 2

Температура в зоне резания

№ варианта	Сплав	$x_i, ^\circ\text{C}$									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	BT1-0	445	450	448	450	490	425	430	475	423	486
2	BT5Л	774	753	795	742	754	734	729	760	754	735
3	BT5-1	698	647	732	658	698	687	656	645	701	734
4	BT20	690	640	735	650	696	685	655	645	700	735
5	BT18У	736	723	725	725	725	745	735	715	725	740
6	BT6	750	755	758	745	758	735	759	760	745	750
7	BT3-1	750	755	760	745	765	745	765	760	745	750
8	BT9	755	760	755	745	770	735	759	760	745	755
9	BT8	775	765	780	770	768	758	760	785	780	785
10	BT23	825	815	810	825	830	828	815	830	825	828
11	BT25	820	815	810	823	830	825	815	830	823	820
12	BT35	850	852	860	855	856	855	855	850	860	875
13	BT14	755	755	765	745	765	740	765	760	745	750
14	BT16	765	760	750	745	770	750	759	760	745	755
15	BT15	775	765	785	770	768	750	760	785	780	785
16	BT1-0	448	452	448	450	493	425	430	475	425	485
17	BT5Л	775	753	795	742	754	734	729	760	754	745
18	BT5-1	690	647	732	658	698	687	656	643	705	735
19	BT20	690	640	735	650	696	685	655	645	700	738
20	BT18У	735	723	725	725	725	745	735	715	725	745
21	BT6	755	755	758	745	758	735	759	760	745	755
22	BT3-1	755	755	760	745	765	745	765	760	745	755
23	BT9	755	760	755	745	770	735	759	760	745	750
24	BT8	778	765	780	770	768	758	760	785	780	755
25	BT23	820	815	810	825	830	828	815	830	825	825
26	BT25	825	815	810	823	830	825	815	830	823	825
27	BT35	855	852	860	855	856	855	855	850	860	875
28	BT14	750	755	765	745	765	740	765	760	745	755
29	BT16	760	760	750	745	770	750	759	760	745	755
30	BT25	765	765	785	770	768	750	760	785	780	780